ORATIE

REKEN MAAR

PROF.DR. J.G.M. KUERTEN

UNIVERSITEIT TWENTE.

PROF.DR. J.G.M. KUERTEN

REKEN MAAR

REDE UITGESPROKEN BIJ HET AANVAARDEN
VAN HET AMBT VAN HOOGLERAAR

COMPUTATIONAL MULTISCALE METHODS

AAN DE FACULTEIT ELEKTROTECHNIEK,
WISKUNDE EN INFORMATICA
VAN DE UNIVERSITEIT TWENTE
OP DONDERDAG 22 SEPTEMBER 2011
DOOR:

PROF.DR. J.G.M. KUERTEN

22 SEPTEMBER 2011

INLEIDING

MIJNHEER DE RECTOR MAGNIFICUS, DAMES EN HEREN,

Het is mij een genoegen u mijn plannen op het gebied van onderzoek en onderwijs voor de komende tijd toe te lichten, maar voor ik daaraan begin zal ik uitleggen wat mijn vakgebied “Computational Multiscale Methods” inhoudt. Twee termen in de naam van de leerstoel, Computational en Methods, zijn wel duidelijk. Het is de bedoeling dat ik methoden ontwikkel en bestudeer die ons in staat stellen bepaalde problemen met behulp van een computer op te lossen. Wat “multiscale” betekent zal ik uitleggen aan de hand van een voorbeeld dat zijdelings met mijn eigen onderzoeksterrein te maken heeft.

Zoals velen van u weten kom ik uit Bergen op Zoom en dat lag in de tijd dat ik daar woonde aan de Oosterschelde. Mede naar aanleiding van de watersnoodramp van 1953 is door Rijkswaterstaat het Deltaplan ontwikkeld, waarin alle zeearmen door middel van dammen afgesloten zouden worden, behalve de Westerschelde en de Nieuwe Waterweg. Die zijn beide te belangrijk voor de scheepvaart om afgesloten te worden (figuur 1). In de loop van de tijd ontstond echter steeds meer weerstand tegen de afsluiting van de Oosterschelde, zeker naar aanleiding van de plotselinge massale vissterfte na de afsluiting van het Grevelingenmeer in 1971. De afdamming van de Oosterschelde zou ervoor zorgen dat ook dat water steeds minder zout zou worden. Bovendien zou het getij verdwijnen. Hierdoor zou niet alleen het kweken van mosselen en oesters onmogelijk worden, maar ook zou het unieke milieu van de Oosterschelde, met zijn slikken en schorren, verdwijnen.

Figuur 1: *Het Deltaplan*

U kent waarschijnlijk de geschiedenis. In de loop van de jaren 70 van de vorige eeuw gingen milieuoverwegingen een steeds belangrijkere rol spelen en, hoewel de werkzaamheden al begonnen waren, werd uiteindelijk besloten de Oosterschelde niet met een vaste dam af te sluiten. In plaats daarvan is een stormvloedkering gebouwd die, alleen als de voorspelde waterstand te hoog is, gesloten wordt door schuiven neer te laten (figuur 2). Omdat door deze stormvloedkering de monding van de Oosterschelde kleiner is en er daardoor minder zeewater naar binnen en buiten kan stromen, werd verwacht dat het verschil tussen hoog en laag water te klein zou worden. Om dit te voorkomen is een deel van de oostelijke Oosterschelde wel afgedamd.

Figuur 2: *De stormvloedkering*

Bij het ontwerp van de Deltawerken is gebruik gemaakt van modellen om te kunnen voorspellen wat de effecten op stroming, getij en bodem zouden zijn. Na voltooiing van de stormvloedkering is gebleken dat deze voorspellingen niet allemaal uitkwamen. Het getij in de Oosterschelde is toch groter dan voorspeld. Ook is er het probleem van zandhonger. De afgenomen stroming heeft onvoldoende kracht om zand dat bij stormen losgemaakt is van zandplaten en ondiepe gedeelten van de Oosterschelde weer terug te brengen. Dit probleem kan op den duur de veiligheid in gevaar brengen.

Voorspellingen aan dit systeem zijn mede zo lastig omdat dit een typisch multiscale systeem is: een systeem waarin verschillende ver uiteenlopende schalen een rol spelen. Alleen al voor de stroming spelen verschillende lengteschalen een rol. De grootste schaal is de horizontale afmeting die ongeveer 50 kilometer is. Kleinere lengteschalen zijn de diepte van het water en de hoogte en lengte van de watergolven, die tussen 1 en 10 meter liggen, dus ongeveer vijftigduizend maal kleiner dan de grootste lengteschaal. Nog een factor duizend kleiner zijn de kleinste structuren in de turbulente stroming van het water. Ik zal daar straks nog op terugkomen. Als ook het transport van zand in de beschouwing betrokken wordt, komt er met de grootte van een zandkorrel een nog kleinere lengteschaal bij. Ook in de tijd spelen wijd uiteenlopende schalen een rol. Van klein naar groot zijn dat de tijd waarin de kleinste zandkorrel reageert op de stroming, ongeveer een duizendste seconde, de kleinste tijdschaal in de turbulente stroming, de periode van de watergolven, de periode van het getij, ongeveer 12 uur en de tijdschaal waarop de bodem verandert door erosie en sedimentatie. Deze laatste tijdschaal is een paar jaar. Een bruikbaar model moet al deze schalen in rekening brengen. Dat kan door ze allemaal expliciet te berekenen of door het effect van de kleine schalen op de grotere te modelleren.

Bij het voorspellen van de effecten van de stormvloedkering is gebruik gemaakt van twee verschillende soorten modellen: een experimenteel schaalmodel en numerieke modellen. Er zijn experimenten uitgevoerd aan een model van het Deltagebied op kleinere schaal in de Noordoostpolder. Een schaalmodel kan alleen betrouwbare resultaten geven als bepaalde dimensieloze getallen, die de verhoudingen weergeven tussen de verschillende krachten die een rol spelen, dezelfde waarden hebben als in werkelijkheid. Voor watergolven zijn drie krachten van belang: de traagheidskracht, de zwaartekracht en de wrijvingskracht van de bodem. De twee verhoudingen tussen die krachten moeten dus in het model gelijk gekozen worden als in het echt. In het gebouwde schaalmodel is ervoor gekozen de horizontale afmetingen 400 maal zo klein te maken als in werkelijkheid en de verticale 100 maal zo klein. Alle andere schalen liggen daarmee vast. Snelheden worden 10 maal zo klein en tijden 40 maal. Dat betekent dus dat de periode van het getij 18 minuten wordt. Bij iedere uitbreiding van het schaalmodel met een fysisch verschijnsel komt er een dimensieloos getal bij dat dezelfde waarde moet hebben als in werkelijkheid. Zo zou om de draaiing van de aarde mee te nemen het schaalmodel 40 maal sneller moeten ronddraaien dan de aarde. Dat bleek in de praktijk niet haalbaar. Het rekening houden met erosie en sedimentatie om te bestuderen hoe de bodem in de loop van de tijd verandert, is al helemaal niet mogelijk, alleen al vanwege de enorme tijd die het experiment zou moeten duren om een effect te zien.

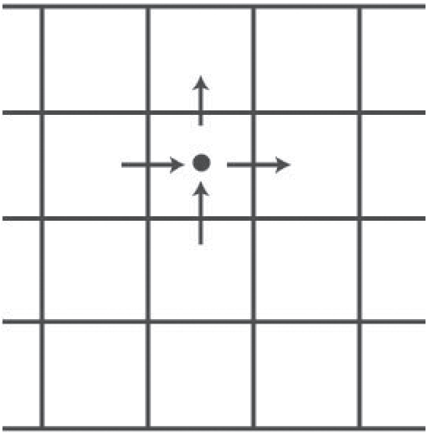
Hoewel in de jaren 70 van de vorige eeuw numerieke simulatie van complexe stromingsproblemen nog in de kinderschoenen stond, is toen al ook een numeriek model van de stroming in de Oosterschelde gemaakt. Dat was gebaseerd op een eendimensionale benadering in de richting van de voornaamste geulen. In de vergelijkingen zijn zwaartekracht en wrijving door de bodem wel in rekening gebracht, maar transport en sedimentatie van zand niet.

NUMERIEKE SIMULATIE VAN STROMINGEN

Door de beschikbaarheid van grotere en snellere computers heeft numerieke simulatie van stromingen sindsdien een steeds grotere vlucht genomen. Ik zal u eerst heel summier uitleggen hoe numerieke simulatie in zijn werk gaat. Allereerst wordt het domein dat gesimuleerd wordt opgedeeld in hokjes en in ieder hokje worden de relevante stromingsgrootheden, zoals snelheid en druk berekend. De meeste stromingen zijn tijdafhankelijk en steeds wordt vanuit de oplossing op een bepaalde tijd de oplossing een klein tijdje later berekend. De vergelijkingen die de nieuwe oplossing bepalen zijn fysische behoudswetten die zeggen dat massa, impuls en energie behouden zijn.

In figuur 3 is dit voor een heel eenvoudig geval geschetst. Hier is de massadichtheid bekend in het middelpunt van een hokje en op de randen ervan de component van de snelheid loodrecht op die rand. De massa van de vloeistof in het hokje kan alleen veranderen doordat er vloeistof door de randen naar binnen of naar buiten stroomt en uit de gegeven snelheden kunnen we dan berekenen wat de verandering van de massa in het hokje is in een klein tijdsinterval. Daarmee weten we wat de massadichtheid op de nieuwe tijd is. De bepaling van de nieuwe waarden van de snelheid is wat ingewikkelder, maar dat is ook mogelijk als snelheid en druk in een aantal buurhokjes bekend zijn.

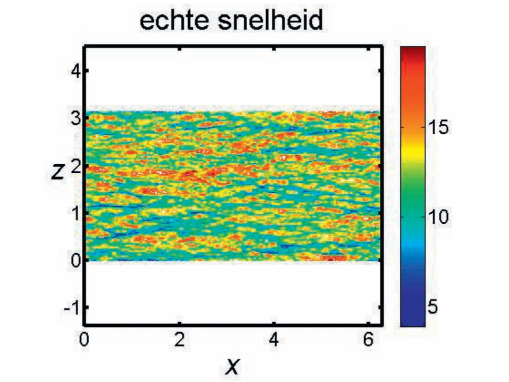
Uiteraard is het voor een nauwkeurige beschrijving van de stroming noodzakelijk dat alle relevante verschijnselen op het rooster van hokjes passen. Dat wil zeggen dat het totale domein voldoende groot en de hokjes voldoende klein moeten zijn, zodat de stromingsgrootheden binnen een hokje nauwelijks variëren. Door dit discretiseren van de vergelijkingen op het rooster en door de keuze van het tijdsinterval wordt altijd een fout gemaakt, maar die kan verwaarloosbaar klein ge-



Figuur 3: Rekenrooster

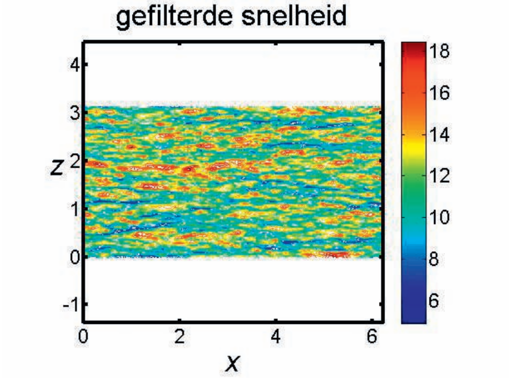
maakt worden door de hokjes en het tijdsinterval kleiner te maken. Er zijn natuurlijk grenzen. Computers hebben een groot, maar eindig geheugen en ook de rekentijd mag niet al te groot worden. Om toch grotere problemen aan te kunnen pakken is het daarom vaak nodig bepaalde verschijnselen, die te klein zijn om op het rooster weer te geven, te modelleren. Daar zal ik straks ook op ingaan. Een berekening waarin alle schalen in rekening worden gebracht en dus geen model nodig is wordt directe numerieke simulatie genoemd.

Een voorbeeld van wat momenteel in Nederland mogelijk is op dit gebied is weergegeven in figuur 4. Het betreft de turbulente stroming tussen twee vlakke platen en in de afbeelding staat een component van de vloeistofsnelheid getekend in een vlak dichtbij één van de platen. Het rooster is zo fijn gekozen dat alle structuren van de turbulentie nauwkeurig berekend worden. Zoals u ziet, komen er inderdaad kleine structuren voor. Getekend is de oplossing op één moment in de tijd en dit beeld verandert voortdurend. Dit is nog geen erg grootschalig probleem. De totale hoeveelheid water is hier 1 liter en de stroomsnelheid ongeveer 2,5 kilometer per uur. Toch is hiervoor al een rooster met meer dan 200 miljoen hokjes nodig en de grootste computer die we in Nederland hebben heeft hieraan meer dan 5 weken continu gerekend. Als we het domein in iedere richting tien maal zo groot zouden willen maken en dus 1 kubieke meter water hebben, dan zouden we een rooster met 40 miljard hokjes nodig hebben en een rekentijd van 100 jaar.

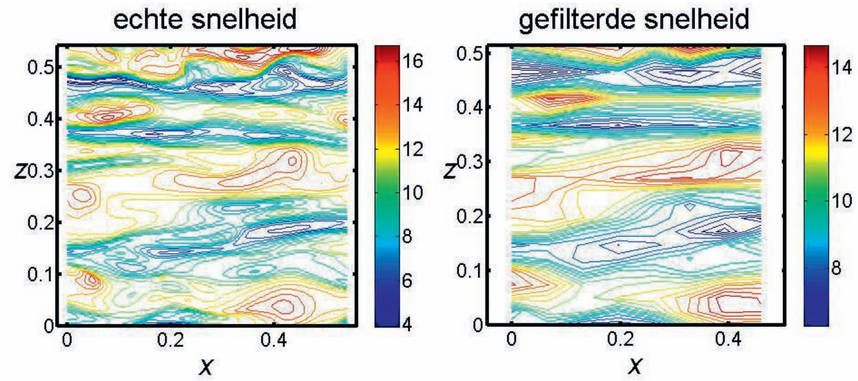


Figuur 4: Directe numerieke simulatie van kanaalstroming

Gelukkig worden computers nog steeds groter en sneller, maar om ook nu al dergelijke grotere problemen aan te pakken, kunnen effecten van schalen die te klein zijn om op het rooster weer te geven gemodelleerd worden. Voor het op deze manier modelleren van de kleine schalen die door turbulentie veroorzaakt worden zijn in de loop der tijd verschillende technieken ontwikkeld. Een ervan, waaraan ik in veel onderzoeksprojecten met promovendi gewerkt heb, heet large-eddy simulatie en komt erop neer dat niet de echte grootheden zoals snelheid en druk berekend worden, maar grootheden die gemiddeld worden over stukjes ruimte. Dat heet filteren van de variabelen. Figuur 5 laat zien wat het effect van filteren is op de gegevens in figuur 4.



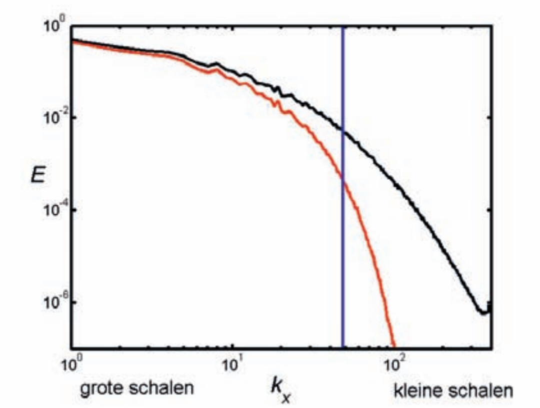
Figuur 5: *Gefilterde oplossing van figuur 4*



Figuur 6: *Close-up van de oplossing en de gefilterde oplossing van figuur 4*

Er is nauwelijks verschil te zien, maar als we inzoomen (figuur 6) zien we dat het filteren de kleinste schalen inderdaad aantast. Dat kan ik wat preciezer laten zien aan de hand van een energiespectrum. In figuur 7 staat het energiespectrum voor dezelfde stroming getekend. Het geeft de energie weer als functie van het golfgetal, dat een maat is voor de schaal. Links staan de grote schalen en rechts de kleine.

Let erop dat beide assen logaritmisch zijn. De zwarte lijn is het resultaat van de berekening waarin alle schalen berekend worden. We zien dat de energie steeds kleiner wordt naarmate de schaal kleiner is.



Figuur 7: Energiespectrum voor de oplossing van figuur 4 (zwarte lijn) en de gefilterde oplossing (rode lijn)

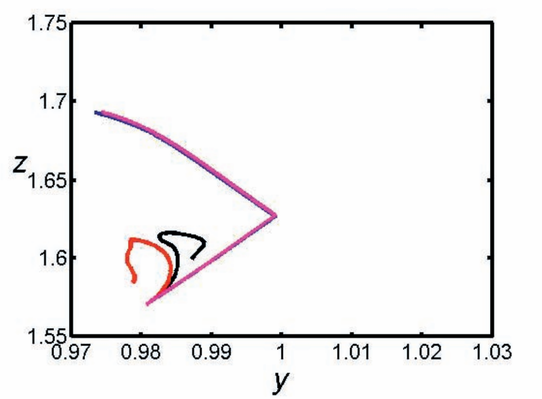
De rode lijn is het resultaat voor de gefilterde snelheid. Alle schalen verliezen energie door het filteren, maar vooral de kleine schalen. Het grote voordeel van het werken met gefilterde grootheden is dat de energie van de kleine schalen zo klein is, dat die schalen verwaarloosd kunnen worden. Het is bijvoorbeeld mogelijk te stoppen bij de blauwe lijn. De winst in rekentijd is gigantisch. In plaats van op een rooster van ruim 200 miljoen hokjes kunnen we deze berekening doen met iets meer dan één miljoen hokjes. Omdat de gefilterde grootheden ook minder snel in de tijd variëren kan ook het tijdsinterval een stuk groter gekozen worden. Dat leidt ertoe dat de hele berekening binnen een dag op een snelle PC uitgevoed kan worden. Zoals altijd moet er wel een prijs betaald worden. De schalen die verwaarloosd worden hebben effect op de grotere schalen en ze kunnen niet zomaar weggelaten worden zonder de oplossing drastisch te veranderen. Voor dit effect van de kleine schalen op de grote zijn verschillende modellen ontwikkeld die behoorlijk goed functioneren voor veel stromingen. Zo kunnen de weerstandskracht en de energie van de stroming nauwkeurig voorspeld worden met behulp van large-eddy simulatie. Ook wordt deze techniek steeds vaker gebruikt in commerciële software voor de oplossing van industriële ontwerpproblemen.

STROMINGEN MET DEELTJES

Nu large-eddy simulatie zo goed werkt voor veel stromingsproblemen wordt er ook steeds meer onderzoek verricht naar de toepassing van deze techniek op complexere problemen, waarbij behalve stroming nog andere verschijnselen optreden. Voorbeelden daarvan zijn stromingen met verbranding, bijvoorbeeld voor het ontwerp van motoren, stromingen in een bewegende geometrie, bijvoorbeeld om de stevigheid van een tentdak te onderzoeken, en tweefasestromingen. Bijna al het onderzoek dat ik verricht valt in deze laatste klasse en daarvan wil ik u een paar voorbeelden laten zien. Het eerste betreft stroming van een vloeistof of gas met daarin deeltjes. Toepassingen zijn er te over. Een probleem waaraan ik in Eindhoven met collega's Bart van Esch, Erik van Kemenade en Bert Brouwers heb gewerkt is de scheiding van vaste deeltjes of vloeistofdruppeltjes uit een gasstroom om de gasstroom te reinigen. Dit heeft toepassingen in de olie industrie maar ook in huishoudelijke filters. Een andere toepassing is de beweging van waterdruppels in de turbulente stroming in de atmosfeer. Recent is in onze groep aan de UT een promovendus gestart op dit onderwerp om te onderzoeken hoe de waterdruppels de stromingseigenschappen van de lucht veranderen en hoe dit weer leidt tot clustervorming van de druppels.

Zoals ik al helemaal in het begin zei, leidt de aanwezigheid van deeltjes tot een nog kleinere lengteschaal in het probleem. In principe is het mogelijk deze schaal in de berekeningen op te nemen, maar als de deeltjes erg klein zijn, kan alleen een heel beperkt domein met een klein aantal deeltjes berekend worden. Als de afmeting van de deeltjes klein is ten opzichte van de kleinste schalen in de turbulente stroming, lijkt het voor het deeltje of het in een uniforme stroming beweegt en daarvoor is de kracht die de stroming op het deeltje uitoefent bekend. Dit leidt tot een zogenoemde Lagrangiaanse aanpak, waarbij de deeltjes als punten worden opgevat en voor ieder deeltje een bewegingsvergelijking – de wet van Newton – wordt opgelost, waarin de kracht van de vloeistof op het deeltje voorkomt. Indien relevant kan ook de temperatuur van het deeltje veranderen en van waterdruppels de diameter door verdamping en condensatie.

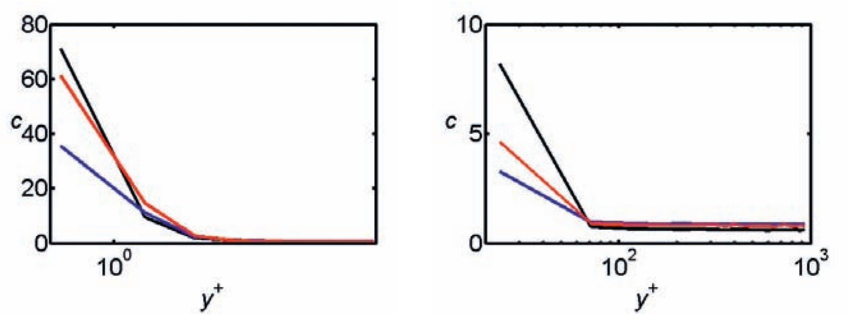
We kunnen op deze manier een directe numerieke simulatie uitvoeren van een turbulente stroming met deeltjes. Als voorbeeld staan in figuur 8 deeltjesbanen getekend in de stroming van figuur 4, maar nu in een vlak loodrecht op de wand. Als het deeltje relatief groot en zwaar is trekt het zich nauwelijks iets aan van de turbulentie en beweegt het bijna als een biljartbal door het domein. Dat leidt tot de blauwe baan in de figuur. We zien daar ook een botsing met de wand, precies zoals dat bij een biljartbal ook gebeurt. Kleinere deeltjes worden wel beïnvloed door de turbulentie. Hoe kleiner het deeltje, des te groter is de invloed ervan. De zwarte lijn in de figuur beschrijft de deeltjesbaan van een klein deeltje in precies dezelfde turbulente stroming.



Figuur 8: Deeltjesbanen in turbulente stroming; blauw: groot deeltje; zwart: klein deeltje; paars: groot deeltje met gefilterde snelheid; rood: klein deeltje met gefilterde snelheid.

Ook voor stromingen met deeltjes willen we graag large-eddy simulatie technieken ontwikkelen om grootschaligere toepassingen te kunnen simuleren. Dat is een probleem, omdat in de vergelijkingen die de beweging van een deeltje beschrijven de snelheid van de vloeistof op de plaats van het deeltje voorkomt. In een directe numerieke simulatie is die snelheid bekend, maar in een large-eddy simulatie kennen we alleen de gefilterde snelheid, waarin de kleinste schalen afwezig zijn. In figuur 8 staan ook de deeltjesbanen getekend die verkregen worden als in de bewegingsvergelijkingen voor de deeltjes de gefilterde snelheid gebruikt wordt. De paarse lijn is voor het grote deeltje. We zien dat die bijna samenvalt met de blauwe lijn. Dat is logisch. Een biljartbal trekt zich niets aan van turbulentie, dus als er wat van de kleine structuren in de turbulentie ontbreken heeft dat geen effect. De rode lijn in de figuur is het resultaat voor het kleinere deeltje dat wel de turbulentie voelt. Hier is duidelijk te zien dat het filteren van de snelheid grote gevolgen heeft. Na een korte tijd gaat het deeltje een heel andere baan volgen. In principe is dat niet erg. Het is helemaal niet interessant te weten waar een bepaald deeltje zich op een bepaald moment precies bevindt. Voor praktische toepassingen zijn alleen gemiddelde grootheden, zoals gemiddelde snelheid van deeltjes en deeltjesconcentratie van belang. Het blijkt echter dat voor kleine deeltjes ook zulke gemiddelde grootheden niet nauwkeurig berekend kunnen worden als de snelheid gefilterd wordt.

Een paar jaar geleden heb ik met oud-promovendus Bert Vreman een model bedacht dat gebruikt kan worden om dit te verbeteren. Het idee achter het model is eenvoudig uit te leggen. Het is mogelijk de vloeistofsnelheid op te delen in componenten die ieder een bepaalde lengteschaal beschrijven. Het effect van filteren is dat iedere component met een dempingfactor wordt vermenigvuldigd die kleiner wordt naarmate de lengteschaal kleiner is. In ons model wordt het filteren teniet gedaan door de snelheid uit de large-eddy simulatie weer te delen door dezelfde dempingfactor. Het lijkt misschien dat dit een perfect model is, maar er zijn twee redenen waarom dat niet zo is. In de eerste plaats worden in een large-eddy simulatie niet alle schalen berekend. De schalen die er niet zijn kunnen ook niet ontfilterd worden. Bovendien geeft een large-eddy simulatie maar een benadering van de echte gefilterde snelheid. Het model dat erin gebruikt wordt voor het effect van de kleine schalen is ook niet perfect. Toch geeft dit model een flinke verbetering. Gemiddelde grootheden worden veel nauwkeuriger voorspeld. Een voorbeeld is de deeltjesconcentratie. Vanwege turbulentie bewegen deeltjes gemiddeld naar de wand toe. In figuur 9 staat de concentratie op een bepaalde tijd getekend als functie van de afstand tot de wand. De zwarte lijn is het resultaat van de directe numerieke simulatie en de blauwe lijn van large-eddy simulatie zonder ons model voor het ontfilteren. De concentratie vlak bij de wand wordt met ongeveer een factor 2 onderschat. Toepassen van het model levert de rode lijn op die inderdaad een hele verbetering geeft. De linkerfiguur is voor een geval waarbij de turbulentie niet zo sterk is en daar is het resultaat met het model bevredigend.

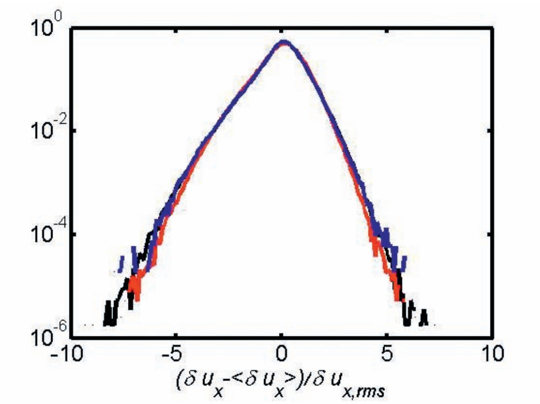


Figuur 9: Deeltjesconcentratie als functie van de afstand tot de wand; zwart: directe numerieke simulatie; blauw: large-eddy simulatie; rood: large-eddy simulatie met model; links: laag Reynoldsgetal; rechts: hoog Reynoldsgetal

Bij toenemende turbulentie, waarbij steeds meer lengteschalen een rol gaan spelen, blijft het model een verbetering geven, maar de afwijking met het resultaat van de directe numerieke simulatie wordt groter. Het is duidelijk dat ons eenvoudige model voor dit soort situaties nog enige verbetering behoeft en dat is een van de onderwerpen waaraan ik hier wil gaan werken, in samenwerking met Bernard Geurts en collega's uit

Gdańsk. Zoals ik al eerder zei ontbreken de kleine schalen, die niet berekend worden in een large-eddy simulatie, in het model. Het is onze bedoeling deze schalen op een stochastische manier te modelleren. Hieraan ligt het idee ten grondslag dat turbulentie een stochastisch, onvoorspelbaar, verschijnsel is. In het verleden zijn door andere onderzoekers al verschillende stochastische modellen voorgesteld, maar zonder bevredigende resultaten. Wij denken dat een combinatie van ons oude model en een stochastisch model een verbetering zal geven, waarbij we het stochastisch model willen baseren op resultaten van directe numerieke simulatie. In een directe numerieke simulatie kunnen we de gefilterde snelheid expliciet berekenen en dus de gewenste statistische eigenschappen van het stochastische model bepalen.

Dit zou niet zo zinvol zijn als deze statistische eigenschappen voor iedere stroming verschillend zouden zijn. We hebben echter al vastgesteld dat deze eigenschappen in hoge mate universeel zijn. Figuur 10 illustreert dat. In deze figuur is een kansverdeling te zien van mogelijke waarden van het verschil tussen de ongefilterde en de gefilterde snelheid. De lijn geeft aan wat de kans is dat een deeltje een bepaalde waarde van deze verschilsnelheid ziet. We hebben deze

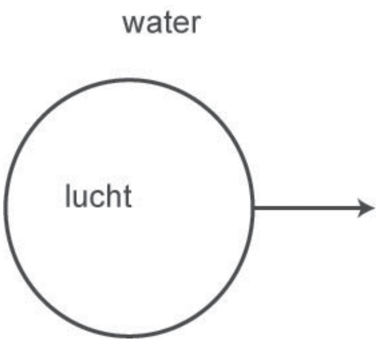


Figuur 10: Kansverdeling van verschil tussen echte en gefilterde snelheid voor drie verschillende Reynoldsgetallen

kansverdeling voor drie verschillende stromingen bepaald en er is bijna geen verschil in de resultaten te zien. Ook blijkt de kansverdeling niet af te hangen van de grootte van het deeltje. Wat nu nog moet gebeuren is het vertalen van de eigenschappen van de kansverdeling naar een stochastisch model voor de verschilsnelheid en het testen daarvan in een echte large-eddy simulatie. Dat is een van de onderwerpen warmee ik me de komende tijd hier wil bezig houden.

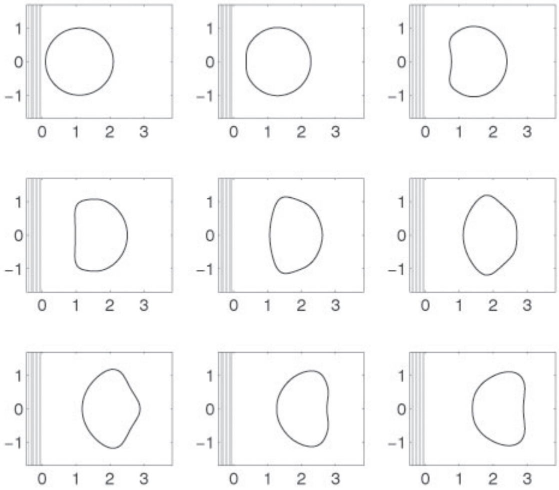
STROMINGEN MET FASEOVERGANGEN

Het tweede onderwerp dat ik wil belichten is ook een voorbeeld van tweefasestroming, en wel de beweging van grotere druppels in een gas, of van gasbellen in een vloeistof. Ook voor dit onderwerp zijn veel relevante toepassingen te vinden, bijvoorbeeld warmtewisselaars waarin kookverschijnselen optreden, of stroming van mengsels van olie en gas in boorplatforms. We kunnen bij dit soort stromingen onderscheid maken tussen twee situaties. In de ene is er geen overgang mogelijk van de ene fase naar de andere, omdat we met twee verschillende componenten te maken hebben. Dit is bijvoorbeeld het geval bij stroming van luchtbellen in water (figuur 11).



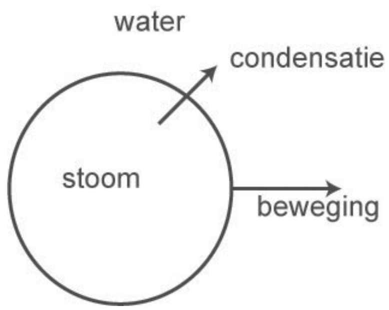
Figuur 11: Beweging van een luchtbel in water

Uiteraard kan de lucht in de bel niet in water omgezet worden. Dat betekent dat de snelheid van het grensvlak van luchtbel en water gelijk moet zijn aan de snelheid van de vloeistof op die plaats. Als de snelheid overal bekend is is het dus ook bekend wat de beweging en eventuele vervorming van de luchtbel zijn. Hiervan gebruik makend hebben mijn Eindhovense collega Cees van der Geld en ik methodes ontwikkeld om de vervorming en beweging van een luchtbel in water in de buurt van een wand te berekenen (zie figuur 12).



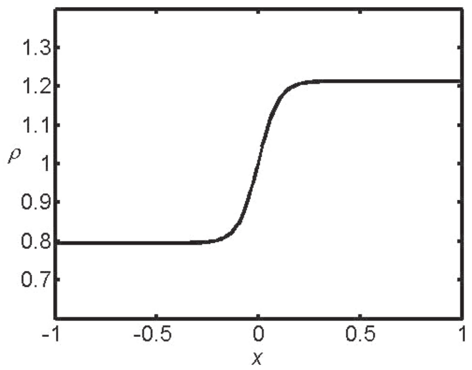
Figuur 12: De beweging van een vervormende luchtbel in water die van een wand af beweegt (uit: Van der Geld & Kuerten, Journal of Fluid Mechanics, 2009). De tijd loopt van links naar rechts en van boven naar beneden.

Lastiger wordt het als de twee fasen van hetzelfde materiaal zijn, bijvoorbeeld stoombellen in water. Dan is er ook faseovergang mogelijk, zodat de snelheid van het grensvlak tussen de twee fasen niet gelijk hoeft te zijn aan de snelheid van elk van de twee fasen op die plaats (figuur 13). Bijvoorbeeld in het geval van condensatie zal er stoom in water worden omgezet, zodat er stroming over het grensvlak heen van binnen naar buiten zal zijn. Dat betekent dat niet alleen vergelijkingen nodig zijn die beschrijven hoe grootheden zoals snelheid, massadichtheid en temperatuur als functie van de tijd veranderen, maar ook een model voor de massaovergang en eventueel energieovergang aan het grensvlak. In commercieel verkrijgbare software voor de simulatie van tweefasestromingen ontbreekt een dergelijk model en de reden hiervoor is dat de ontwikkeling van dergelijke modellen nog in de kinderschoenen staat.



Figuur 13: Beweging van een stoombel in water

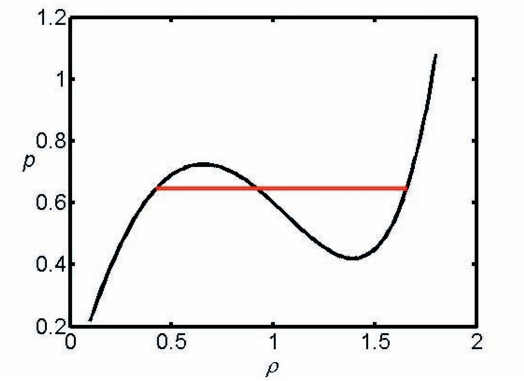
In de afgelopen jaren hebben we geprobeerd een bijdrage aan deze ontwikkeling te leveren door ons onderzoek aan een model dat bij uitstek geschikt is voor de beschrijving van stroming met faseovergangen. De basis van dit model, dat het "diffuse interface model" genoemd wordt, is het feit dat het grensvlak tussen beide fasen niet oneindig dun is maar een zekere dikte heeft. Ten gevolge van de aantrekkende kracht tussen moleculen is de overgang tussen beide fasen geleidelijk, diffuus. Dit uit zich bijvoorbeeld doordat de massadichtheid een continu verloop heeft van de hogere waarde in de vloeistoffase tot de lagere waarde in de dampfase, zoals getekend in figuur 14.



Figuur 14: Massadichtheid als functie van de plaats in het diffuse interface model

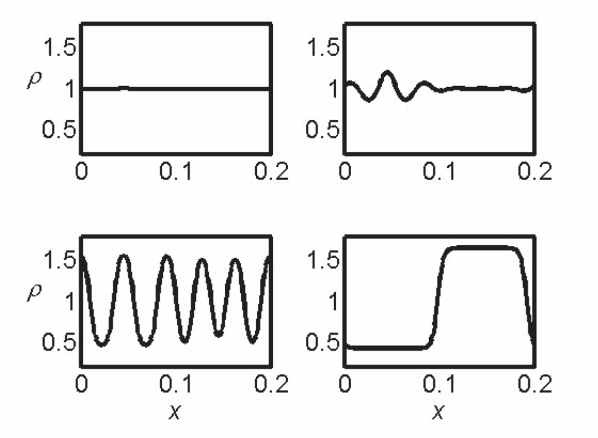
De schaal in deze figuur is willekeurig. In werkelijkheid is de dikte van het grensvlak erg klein. Bij temperaturen net onder de kritische temperatuur is de dikte een paar duizendste van een millimeter, maar bij lagere temperatuur neemt ze af tot nog eens duizend keer zo dun. De kritische temperatuur van water is 374 ^{o}C, zodat voor de meeste praktische toepassingen van kookverschijnselen de temperatuur veel lager is dan de kritische waarde en het grensvlak dus heel dun. Het is duidelijk dat dit ook een voorbeeld is van een multiscale probleem. De verhouding tussen de grootste, macroscopische schaal en de kleinste schaal, de dikte van het grensvlak, is heel groot.

De aanpak van het model is heel anders dan bij het vorige onderwerp. Het mengsel van twee fasen wordt als één stof gezien, waarvan de massadichtheid kan variëren tussen de waarde in de vloeistof en die in de damp. De plaats en vorm van de grensvlakken zijn bekend uit de posities waar de massadichtheid een waarde heeft die halverwege ligt. De vergelijkingen die het systeem beschrijven zijn in principe gelijk aan de normale behoudswetten van massa, impuls en energie, maar er zijn een paar extra termen nodig ten opzichte van eenfasestroming. Om het grensvlak te kunnen beschrijven moet de onderlinge kracht tussen moleculen, de Van der Waalskracht, in rekening genomen worden en er is een extra term in de uitdrukking voor de energie, omdat er energie in het grensvlak zit. Verder is er voor iedere stroming een verband tussen de druk, massadichtheid en temperatuur nodig. Voor stroming van een gas is dat eenvoudig, maar nu hebben we een uitdrukking nodig die zowel in de gasfase als in de vloeibare fase geldig is. Tot nu toe hebben we daarvoor de meest eenvoudige mogelijkheid gekozen, die ook bedacht is door Van der Waals. In figuur 15 staat deze Van der Waals-vergelijking getekend in de vorm van druk als functie van de massadichtheid bij constante temperatuur net onder de kritische waarde.



Figuur 15: De druk als functie van de massadichtheid bij een temperatuur beneden de kritische waarde volgens de Van der Waalsvergelijking

Voor lage waarden van de massadichtheid zien we het typische gedrag van een gas, waarin de druk ongeveer lineair toeneemt met de massadichtheid. Aan de andere kant zien we dat de druk heel snel toeneemt. Dat is het vloeistofgedrag: een vloeistof is bijna onsamendrukbaar. Daar tussenin is iets heel raars te zien met zelfs een gebied waarin de massadichtheid afneemt bij toenemende druk. Dat is fysisch onmogelijk. Als de uitwendige kracht op de stof groter gemaakt wordt kan het volume niet toenemen. In de praktijk komt deze toestand dan ook niet voor. Begint men vanaf een punt op de lijn linksonder en laat men het volume langzaam kleiner worden, zal eerst de zwarte lijn gevolgd worden. Op een gegeven moment begint de damp te condenseren op het punt waar de rode lijn bereikt wordt. Vervolgens blijft de druk een tijd lang constant en wordt de rode lijn gevolgd totdat alles vloeibaar is geworden. Daarna wordt de zwarte lijn weer gevolgd. Alleen onder heel speciale omstandigheden, bijvoorbeeld als gas bij de juiste massadichtheid en druk vanaf een temperatuur boven de kritische waarde snel afgekoeld wordt, komt de stof in het verboden gebied terecht. Die toestand is echter zo instabiel, dat er meteen scheiding van vloeistof en damp optreedt. Figuur 16 laat zien wat er in een dergelijk geval gebeurt in een eendimensionale situatie. De kleine verstoring in de beginoplossing groeit heel snel, waarna fasescheiding optreedt en een aantal druppels en bellen ontstaan. Na langere tijd groeien deze gebieden samen tot één gebied met vloeistof en één met damp.



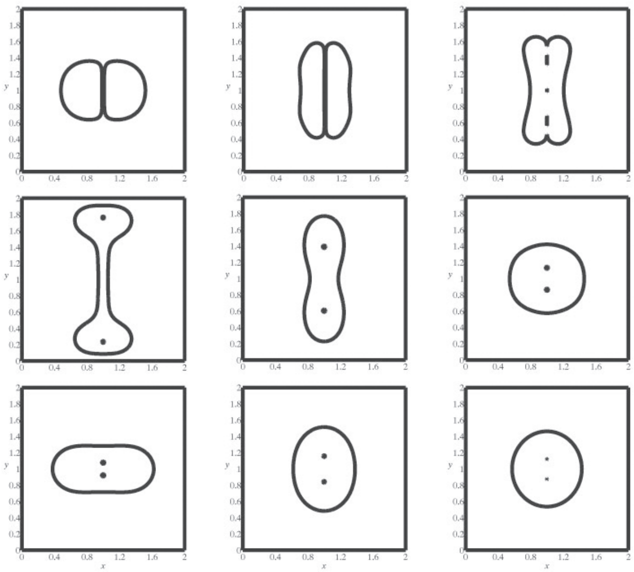
Figuur 16: Oplossing van eendimensionaal diffuse interface model waarbij de beginoplossing in het instabiele gebied ligt. De tijd loopt van links naar rechts en van boven naar beneden.

De extra termen in de vergelijkingen van het diffuse interface model, de aantrekkende kracht tussen de moleculen en de Van der Waalsvergelijking, maken het een stuk lastiger een bruikbare numerieke methode te ontwikkelen. De fysische instabiliteit die kan optreden moet correct weergegeven worden door de numerieke oplossing, maar mag niet de gehele berekening instabiel maken. Toepassing van standaard numerieke technieken is daarom niet mogelijk. Door gebruik te maken van meer geavanceerde technieken hebben we een numerieke methode ontwikkeld waarmee zowel isotherme als niet-isotherme tweefasestromingen met faseovergangen gesimuleerd kunnen worden.

Het bleek hierbij nuttig de wiskundige eigenschappen van de vergelijkingen te betrekken in de keuze voor een numerieke methode. De extra term die de aantrekkende kracht tussen moleculen beschrijft leidt tot het optreden van derde orde afgeleiden in de vergelijkingen en de discretisatie daarvan maakt de numerieke methode minder stabiel. In het promotieonderzoek van Alessandro Pecenko in Eindhoven kwamen we erachter dat een transformatie van de vergelijkingen voorafgaand aan de discretisatie de instabiliteit sterk vermindert. Hiermee is het mogelijk het aantal roosterpunten in iedere richting te halveren en een grotere tijdstap te nemen zonder verlies van nauwkeurigheid ten opzichte van de vergelijkingen zonder transformatie. Dat betekent voor driedimensionale problemen een winst in rekentijd van een factor 16: een dag rekentijd in plaats van twee weken. Zoals altijd in de numerieke wiskunde geldt het devies: Reken, maar denk eerst na.

Het grote voordeel ten opzichte van de meeste andere al bestaande methoden is dat faseovergangen in het model ingebouwd zijn door het in rekening brengen van de aantrekkende kracht tussen de moleculen. Hierdoor worden ook processen die de topologie van het grensvlak veranderen, zoals het samensmelten en het opbreken van druppels en bellen, automatisch uitgevoerd. Figuur 16 is daarvan al een voorbeeld. In figuur 17 is hiervan een wat meer aansprekend voorbeeld te zien, waarin twee druppels die aanvankelijk cirkelvormig zijn en naar elkaar toe bewegen, samensmelten. Of de druppels al dan niet samensmelten hangt af van de omstandigheden. Als hun relatieve snelheid te klein is zullen ze tegen elkaar botsen en daarna weer van elkaar af bewegen. Het diffuse interface model maakt het dus mogelijk te voorspellen onder welke omstandigheden druppels samensmelten of niet.

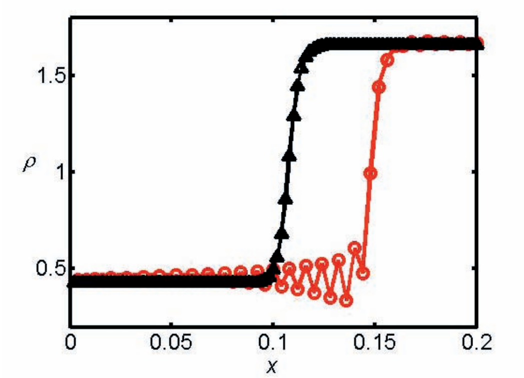
Een probleem bij het numeriek oplossen van de vergelijkingen die het model beschrijven is dat er voldoende punten in het grensvlak moeten zitten om een stabiele en nauwkeurige oplossing te krijgen. In figuur 18 is te zien wat er misgaat als het rooster niet voldoende fijn is. Hier is de massadichtheid getekend als functie van de plaats voor een eendimensionaal probleem. De zwarte lijn is voor een reken-



Figuur 17: Het samensmelten van twee druppels die initieel cirkelvormig zijn en naar elkaar toe bewegen (uit: Pecenko, Van Deurzen, Kuerten & Van der Geld, International Journal of Multiphase Flow, 2011). De tijd loopt van links naar rechts en van boven naar beneden.

rooster met 100 punten, de rode lijn voor een rooster met 50 punten. De oplossing op het fijne rooster ziet er glad uit, die op het grovere rooster heeft oscillaties en wat nog erger is: het grensvlak ligt op een andere plaats en dat is niet de goede. Dat weten we omdat bij verdere verfijning van het rooster de plaats van het grensvlak nauwelijks meer verandert ten opzichte van het rooster met 100 punten.

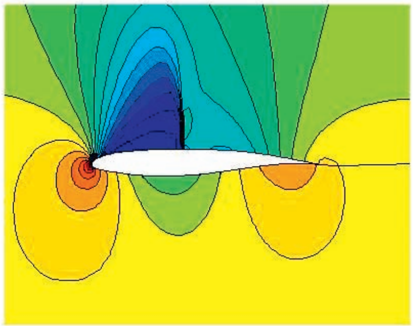
Om het grensvlak voldoende nauwkeurig te beschrijven zijn bij deze methode ongeveer tien roosterpunten binnen het grensvlak noodzakelijk. Dat betekent dat veel roosterpunten nodig zijn om zowel het grensvlak nauwkeurig weer te geven als een groot domein te modelleren. Er zijn dus twee grote beperking bij de toepassing van het diffuse interface model op voor de praktijk relevante problemen. Allereerst is dat de dikte van het grensvlak die voor veel problemen enkele nanometers is, en verder



Figuur 18: Numerieke oplossing van het eendimensionale diffuse interface model met 100 roosterpunten (zwart) en met 50 roosterpunten (rood)

zijn er veel punten in het grensvlak nodig. Voor een praktisch probleem zou de afstand tussen twee roosterpunten hoogstens een paar ångström (een tiende van een miljardste van een meter) mogen zijn. Zelfs als gerekend wordt met 1000 roosterpunten per richting, wat in drie dimensies een rooster met een miljard hokjes oplevert, is het rekendomein kleiner dan een micrometer. Er moet dus nog heel wat gebeuren om een praktisch bruikbare methode te maken en dat gaan we op drie manieren, en liefst met een combinatie daarvan, proberen te bereiken.

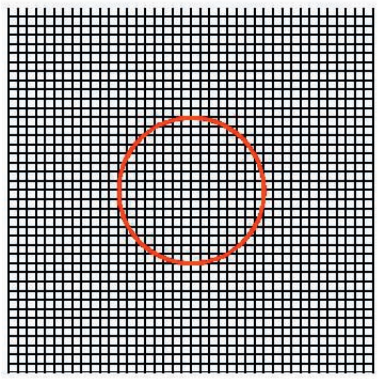
In de eerste manier willen we de numerieke methode waarmee het model opgelost wordt verbeteren. De manier waarop het probleem in de ruimte gediscretiseerd wordt is nu heel eenvoudig. We zorgen ervoor dat de behouden grootheden, massa, impuls en energie, ook in de numerieke oplossing exact behouden zijn, en we gebruiken niets anders dan centrale differenties voor de numerieke bepaling van de afgeleiden. In de dynamica van gassen komen ook verschijnselen voor waarin grootheden over een korte afstand een grote sprong maken. Dat zijn de schokgolven die supersone gebieden, waarin de snelheid van het gas groter is dan de geluidssnelheid, begrenzen. Een voorbeeld daarvan is te zien in figuur 19 waar de druk bij stroming van lucht over de doorsnede van een vliegtuigvleugel getekend is. Aan de bovenkant van de vleugel is een scherpe overgang van lage naar hoge druk te zien. Voor dit probleem zijn numerieke technieken ontwikkeld die het mogelijk maken schokgolven binnen één of twee roosterpunten te representeren zonder dat instabiliteiten optreden. Deze technieken maken geen gebruik van centrale differenties, maar hebben een voorkeursrichting. Dit is de richting waarin informatie wordt getransporteerd volgens de vergelijkingen die het systeem beschrijven. De snelheden waarmee deze informatie wordt getransporteerd hangen samen met de gassnelheid en de geluidssnelheid. Het teken van deze snelheden bepaalt de richting waarin elk deel van de oplossing getransporteerd wordt en met die informatie kan een stabiele numerieke methode gemaakt worden. Dat wordt een upwindmethode genoemd.



Figuur 19: De druk bij stroming van lucht over een vliegtuigvleugel, blauw is lage druk, rood hoge druk

Voor het diffuse interface model is dat in principe niet anders. Als de snelheid van de stof en de geluidssnelheid bekend zouden zijn zou ook een upwindmethode ontworpen kunnen worden. Helaas gaat dat mis in de buurt van het grensvlak tussen de twee fasen. De geluidssnelheid is namelijk gelijk aan de wortel van de afgeleide van de druk naar de massadichtheid en omdat die afgeleide daar negatief is (zie figuur 15), is de geluidssnelheid niet gedefinieerd. In wiskundige termen uitgedrukt zijn de differentiaalvergelijkingen die de meeste stromingsproblemen beschrijven hyperbolisch van karakter, terwijl de vergelijkingen van dit model in de buurt van het grensvlak elliptisch zijn. Voor elliptische vergelijkingen zijn ook goede numerieke technieken ontwikkeld, maar de combinatie van elliptisch en hyperbolisch maakt dit probleem ingewikkeld. Er is nauwelijks literatuur over dit soort problemen, zodat het wel een interessant onderzoeksthema is. Samen met Jaap van der Vegt ben ik al begonnen met een verkennende studie hiernaar. Opvallend genoeg bleek na enige tijd dat een heel ander probleem dat in Jaap's groep bestudeerd wordt en dat met de vervorming van druppels te maken heeft precies dezelfde eigenschappen heeft.

De tweede manier om de methode te verbeteren is ook op numeriek gebied. Tot nu toe is steeds een cartesisch rooster gebruikt. Dat wil zeggen: een rooster dat uit rechthoekjes bestaat. Figuur 20 geeft weer, wat het betekent als een cirkelvormige druppel op een dergelijk rooster beschreven wordt. De vorm van de cirkel past niet goed bij het rooster. Enerzijds is het rooster zoals hier getekend niet fijn genoeg in de buurt van de cirkel, waar de massadichtheid van de stof een grote sprong maakt. Anderzijds is het rooster onnodig fijn in de gebieden die wat verder van de cirkel afliggen. Het zou veel beter zijn hetzelfde probleem op te lossen op een rooster, dat fijn is in de buurt van de cirkel en grof daarbuiten. Dat is het gemakkelijkst te bereiken met een rooster dat niet uit vierhoeken, maar uit driehoeken bestaat. Uiteraard vergt dat grote aanpassingen aan de numerieke methode en bovendien moet een algoritme ontwikkeld worden dat ervoor zorgt dat het rooster op een goede manier meebeweegt met de vorm van de druppels. Zeker bij processen als samensmelten en opbreken van druppels is dat niet eenvoudig. In de groep van Jaap van der Vegt is veel ervaring met discontinue Galerkin methodes die een goed aanknopingspunt vormen bij de ontwikkeling van een in dit opzicht betere numerieke methode.



Figuur 20: Cartesisch rekenrooster voor een druppel

De derde manier om het model bruikbaar te maken voor grootschalige problemen is ook gebaseerd op het idee dat in een groot gedeelte van het domein niet veel roosterpunten nodig zijn, maar dan op een wat rigoureuzere manier, door een echte multiscale aanpak. Bij de meeste toepassingen van druppels of bellen in een stroming zijn twee lengteschalen van belang die ver uit elkaar liggen. De grote schaal is die van de typische afmeting van een druppel of gasbel en de kleine schaal is de dikte van het grensvlak. De tussenliggende schalen, tussen een paar nanometer en een millimeter, komen in het probleem niet voor. Daarom kan ook een oplossingsmethode ontwikkeld worden die de twee schalen apart behandelt. In het grote schaal probleem wordt een grof rooster gebruikt, waarop de vorm van druppels en bellen goed weergegeven kan worden, maar waarbij de dikte van het grensvlak ruim binnen één roostercel past. Aan de ene kant van het grensvlak worden de vergelijkingen voor een stromend gas opgelost, aan de andere kant de vergelijkingen voor een stromende vloeistof. De onderlinge krachten tussen de moleculen en de Van der Waalsvergelijking met haar vervelende eigenschap zijn dan niet nodig. Alleen voor de roostercellen die het grensvlak bevatten kan geen oplossing op de nieuwe tijd bepaald worden, omdat op het grove rooster niet achterhaald kan worden wat de nieuwe positie van het grensvlak is.

Om dat op te lossen is het kleine schaal probleem nodig. Daar wordt een rooster in de buurt van het grensvlak gemaakt dat zo fijn is dat de dikte van het grensvlak goed opgelost kan worden. Dat betekent dat het totale domein van dit rooster veel kleiner is dan een hele druppel. Op het fijne rooster kan met behulp van het diffuse interface model berekend worden wat de verplaatsing van het grensvlak in de tijd is en wat de massa- en energie uitwisseling over het grensvlak zijn. Vanwege de grote tijd die dat zou kosten is het niet mogelijk om deze fijn-rooster procedure op iedere tijdstap en plaats toe te passen, maar gedurende een berekening kunnen de resultaten van de fijn-rooster berekeningen opgeslagen en hergebruikt worden als dezelfde situatie opnieuw voorkomt. Het is voldoende om te weten wat de beweging van het grensvlak is als functie van combinaties van snelheden, temperaturen en drukken aan beide zijden van het grensvlak en wellicht van de kromming van het grensvlak.

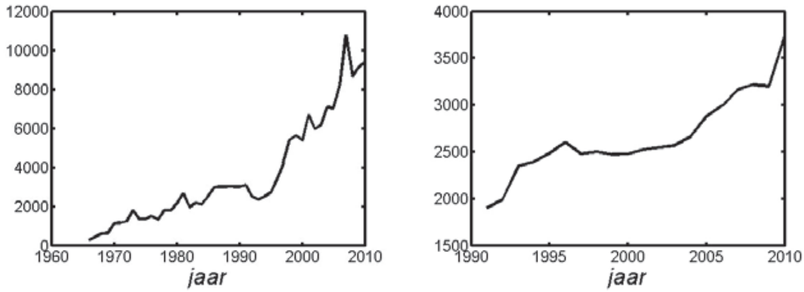
De ontwikkeling van dergelijke multiscale methoden is een relatief nieuw vakgebied met sinds 2003 zelfs een eigen tijdschrift. Mijn verwachting is dat de ontwikkeling van de multiscale methode voor stromingen met faseovergangen zoals ik hier in het kort heb geschetst, heel goed binnen dit vakgebied past. Binnenkort zullen we met een nieuwe promovendus in Eindhoven al een begin maken met deze ontwikkeling. Daarbij zullen we ons beperken tot gebieden vlak bij een hete wand waarop de vloeistof begint te koken en er dus kookbellen ontstaan. Tegelijkertijd ben ik met Bernard Geurts en Cees van der Geld bezig een nieuw onderzoeksproject te formuleren, waarin de nadruk ligt op processen die zich in het midden van een buis afspelen. Ook de industrie is hierin geïnteresseerd en actief bij deze aanvraag betrokken.

KENNISOVERDRACHT

Hoewel ik aan de UT geen omvangrijke onderwijstaak zal hebben, wil ik toch enkele woorden wijden aan mijn visie op onderwijs, of meer algemeen aan mijn visie op kennisoverdracht. Wat mij is opgevallen is dat, waar wij vroeger college volgden aan een universiteit, de huidige generatie studenten les krijgt op school. Het woord school roept bij mij associaties op met schools, wat in de Van Dale als tweede betekenis heeft: "vaste, voorgeschreven regels angstvallig in acht nemend". Iets heel anders dus dan het woord universiteit, dat bij mij associaties oproept met universeel en universum: allesomvattend en ruimte. Ik vind dat een belangrijke doelstelling van universiteiten zou moeten zijn de studenten ruimte geven om zich te ontplooien. Een van de belangrijkste eigenschappen die iemand met een universitaire achtergrond zou moeten hebben en die direct samenhangt met zelfontplooiing, is een kritische houding.

Dit lijkt misschien minder van belang voor exacte en technische studierichtingen, maar dat is zeker niet zo. Bijvoorbeeld op het gebied van de numerieke wiskunde is een kritische houding onontbeerlijk. Een numerieke methode geeft vrijwel altijd een resultaat en maar al te vaak wordt aangenomen dat de computer wel gelijk zal hebben. Een resultaat van een numerieke methode heeft echter pas waarde, als aangetoond kan worden dat het ook echt klopt. Dat is niet altijd eenvoudig, maar veel dingen kunnen gecontroleerd worden. Eenvoudige testgevallen, waarvan het analytische resultaat bekend is, kunnen dienen om de juistheid van het algoritme en van de implementatie ervan op de computer te onderzoeken. Voor het echte probleem kan de fout in het resultaat geschat worden door parameters van het numerieke model, zoals de roosterafstand en de tijdstap, te veranderen. Zeker als bekend is hoe de numerieke methode zou moeten convergeren als functie van deze twee parameters is dat een heel nuttige methode. Maar bij grootschalige berekeningen aan turbulente stromingen met heel veel roosterpunten is het in de praktijk meestal niet meer mogelijk het antwoord te verifiëren op een nog fijner rooster. In zulke gevallen kan de waarde van de resultaten gecontroleerd worden door na te gaan in hoeverre de oplossing aan de gemiddelde vergelijkingen voldoet. Voor experimenteel onderzoek is een vergelijkbare aanpak mogelijk om resultaten op hun waarde te schatten. Het is onze taak, als docenten aan een universiteit, onze studenten en promovendi te leren dat ieder resultaat gevalideerd en begrepen moet worden en hun de verschillende mogelijkheden daarvoor te laten zien. Dat is een onderwerp dat mij na aan het hart ligt en waaraan ik hier zeker een bijdrage zal proberen te leveren. De schoolse houding van sommige studenten wordt ongetwijfeld in de hand gewerkt door politieke beslissingen van de laatste jaren. Zonder de eigen verantwoordelijkheid van studenten uit het oog te verliezen, helpen bindend studieadvies, langstudeerdersmaatregel en harde knip niet mee aan de zelfontplooiing van studenten. Dat geldt wellicht nog sterker voor de manier waarop universiteiten gefinancierd worden. De nadruk hierbij op aantallen afgestudeerde studenten botst soms met kwaliteitseisen. Die nadruk op cijfers zien we ook terug bij andere criteria voor financiering.

Een voorbeeld is te zien in figuur 21 (links). Als een numerieke berekening een dergelijk resultaat zou opleveren, is de eerste gedachte dat het algoritme instabiel is, of dat het proces dat berekend wordt een explosie voorstelt. Dat laatste komt dicht bij de waarheid, want wat hier uitstaat is het aantal pagina's per jaar van het tijdschrift "Journal of Computational Physics". Vanaf de oprichting van dat tijdschrift in 1966 is er, op een paar fluctuaties na, een constante groei te zien die sinds 1990 ook nog sterker wordt. De plotselinge terugval in 1992 heeft te maken met een andere paginaopmaak, waardoor er zeker anderhalf maal zoveel op een pagina past. De figuur geeft slechts één tijdschrift weer. Vast niet alle tijdschriften zullen even explosief gegroeid zijn, maar dat wordt gecompenseerd door een toename in het aantal tijdschriften. Een mogelijke verklaring is dat de toename in wetenschappelijke out-



Figuur 21: links: aantal pagina's per jaar van het tijdschrift Journal of Computational Physics; rechts: aantal promoties per jaar aan Nederlandse universiteiten (bron: CBS, met dank aan Carlo Driesen)

put te danken is aan een evenredige groei van de wetenschappelijke kennis, maar ik betwijfel dat. Zeker is dat het ondoenlijk is geworden om de vakliteratuur op het eigen vakgebied in haar geheel bij te houden. Veel van wat gepubliceerd wordt, wordt niet of nauwelijks gelezen. De voornaamste reden dat het aantal publicaties vooral na 1990 zo sterk toegenomen is, is dat de financiering van universitaire groepen daarvan steeds meer is gaan afhangen. De rechterfiguur van figuur 21 geeft het aantal promoties aan Nederlandse universiteiten per jaar weer. Helaas ontbreken gegevens voor 1990, maar ook daar zien we een verdubbeling in 20 jaar tijd en die heeft voor een groot deel dezelfde oorzaak. Of er behoefte bestaat aan zoveel gepromoveerden is maar de vraag. Natuurlijk is het goed dat bij de financiering van universitaire groepen rekening gehouden wordt met output in de vorm van aantallen publicaties en promoties, maar de manier waarop dat nu gebeurt heeft een aantal onwenselijke consequenties.

DANKWOORD

Zeker in de huidige tijd is het niet goed meer mogelijk wetenschappelijk werk aan een universiteit alleen te doen. Ik ben dan ook aan veel mensen dank verschuldigd en daarmee wil ik mijn oratie afsluiten. Allereerst wil ik de leden van de benoemingsadviescommissie en van het College van Bestuur van deze universiteit bedanken voor het vertrouwen dat ze in mij hebben gesteld. Ik zal mijn best doen dat vertrouwen niet te beschamen. Daarbij past ook dank aan het bestuur van de faculteit Werktuigbouwkunde van de Technische Universiteit Eindhoven voor het meewerken aan mijn benoeming, en vooral aan professor Bert Brouwers, leider van de sectie Procestechnologie van die faculteit, voor de vrijheid die hij mij heeft gegeven in de keuze van mijn onderzoeksterrein en voor zijn onmiddellijke steun aan mijn Twentse plannen.

Professor Jaap van der Vegt wil ik bedanken voor het enthousiasme waarmee hij het plan voor mijn benoeming van het begin af aan tegemoet is getreden. Ik twijfel er niet aan dat we ons beider expertisegebieden kunnen combineren op een aantal interessante onderwerpen. Jouw grote kennis op het gebied van numerieke methoden en de wiskundige onderbouwing ervan zal daarbij heel goed van pas komen.

Professor Bernard Geurts, we hebben al vanaf 1991 samengewerkt in het ISNaS project en daarna op veel gebieden die met simuleren en modelleren van turbulente stromingen te maken hebben. Na mijn vertrek uit Twente in 1998 zijn we een tijd lang onze eigen wegen gegaan, maar na een paar jaar kwamen onze paden weer regelmatig samen, onder andere in de COST Actie op het gebied van large-eddy simulatie. Ik ben ervan overtuigd dat we door onze vernieuwde samenwerking door mijn benoeming aan de UT weer veel kunnen bereiken. Ik wil je vooral bedanken voor de stimulerende en enthousiasmerende invloed die je altijd op mij gehad hebt.

Mijn Eindhovense collega's Cees van der Geld, Bart van Esch en Erik van Kemenade bedank ik voor de manier waarop zij mijn 20% afwezigheid in Eindhoven mogelijk maken, door af en toe iets van me over te nemen. Cees, met jou heb ik vanaf mijn komst naar Eindhoven veel en vruchtbaar samengewerkt. Ik hoop dat we dat nog lange tijd kunnen blijven doen en ik verwacht dat de combinatie met Bernard daar meerwaarde aan zal blijven geven.

Mijn promovendi van de afgelopen ruim 20 jaar wil ik bedanken voor de prettige samenwerking en voor de extra impuls die ze aan het onderzoek hebben gegeven. In tegenspraak tot wat ik eerder heb gezegd, twijfel ik er niet aan dat er behoefte aan jullie was en na jullie promotie zal zijn. Ten aanzien van de promovendi geldt een speciaal woord van dank aan Bert Vreman met wie ik ook na zijn promotie nog regelmatig heb samengewerkt. Bert, de gesprekken met jou hebben mij vaak verder geholpen in mijn onderzoek. Bovendien wil ik jou en je vrouw Cornelise bedanken voor de vele malen dat ik van jullie gastvrijheid en kookkunst heb mogen genieten tijdens mijn Twentse avonden in het afgelopen jaar.

Ik heb met veel personen op een prettige manier samengewerkt in verschillende STW projecten. Van hen wil ik Jos Zeegers apart noemen. Onze eerste samenwerking dateert al uit de tijd dat we beiden promovendus waren, meer dan een half werkzaam leven geleden. Jouw gedrevenheid en accuratesse zijn een goed voorbeeld voor mij, maar nog belangrijker is de open en eerlijke manier waarop jij met anderen omgaat.

Ten slotte, maar zeker niet het minst, bedank ik mijn ouders en mijn broer Jos voor de manier waarop zij mij altijd gestimuleerd hebben in mijn opleiding en carrière. Dat betekende dat ik niet altijd in de buurt kon zijn, en als ik er wel was, met mijn laptop op schoot, waren mijn gedachten soms ver weg. Zonder hun belangstelling in mijn werk en hun steun zou mijn leven er zeker anders uit hebben gezien. Helaas heeft mijn vader, die 7 jaar geleden overleden is, dit niet meer mee kunnen maken. Ik ben heel blij dat mijn moeder, die al lang naar deze dag heeft toegeleefd, hier wel aanwezig is.

Ik dank u voor uw aandacht. Ik heb gezegd.